



Аналитический прогноз динамики добычи урана

В статье приведена аналитическая модель, описывающая тренд динамики добычи урана и позволяющая установить взаимосвязь максимума его ежегодной добычи и времени наступления пика добычи с известными запасами металла в недрах и темпом освоения запасов. В модели принято, что с течением времени по мере исчерпания запасов урана темп его добычи уменьшается по линейному закону. Приведены результаты сравнения динамики добычи урана в Канаде, Австралии, Казахстане и мире в целом с аналитическими оценками по предлагаемой модели. Показано, что пик добычи урана в этих странах будет достигнут в 2015–2040 гг. К середине XXI в. добыча урана в мире значительно сократится при существующих месторождениях и технологиях добычи. Основой долгосрочного развития ядерной энергетики должны стать реакторы-размножители (бридеры) на быстрых нейтронах, позволяющие увеличить ресурсную базу ядерной энергетики в 140–300 раз благодаря включению в топливный цикл изотопов уран-238 и торий-232.

Харитонов Владимир Витальевич — заместитель директора Экономико-аналитического института Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», доктор физико-математических наук, профессор.

Крянев Александр Витальевич — доктор физико-математических наук, профессор Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ».

Курельчук Ульяна Николаевна — магистрант Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ».

Дудин Никита Юрьевич — аспирант Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ».

Добыча и потребление природного урана

С 50-х годов XX в. началось развитие ядерной энергетики. В настоящее время 435 энергетических ядерных реакторов, действующих в 30 странах мира, производят около 15% всей электроэнергии, а в ряде стран и регионов 30–80% [1–3]. Как следует из рис. 1, наибольшая величина «ядерной энерговооруженности» (установленной мощности АЭС на душу населения) достигнута во Франции и Швеции — около 1 кВт/чел., а также в Бельгии, Финляндии, Республике Корея, Швейцарии, Чехии и Японии (350–550 Вт/чел.). В России этот показатель — 165 Вт/чел. В стадии сооружения — 67 энергоблоков АЭС в 13 странах. Ежегодная потребность мировой ядерной энергетики в природном уране, из которого в результате ряда технологических операций производят ядерное топливо для реакторов, составляет около 70 тыс. т. При реализации оптимистических планов развития ядерной энергетики в ряде стран к 2030 г. го-

довая потребность в природном уране может возрасти до 100–130 тыс. т [1].

Однако добыча урана из недр во всем мире не обеспечивает текущей потребности АЭС с 1990 г. (рис. 2). По данным Всемирной ядерной ассоциации (World Nuclear Association, WNA), мировое производство урана в 2011 г. осталось на уровне прошлого года и составило 53 654 т/год, причем около 72% мировой добычи природного урана приходится на Казахстан (36%), Канаду (17%), Австралию (11%) и Нигерию (8%).

Дефицит добываемого урана в настоящее время компенсируется за счет вторичных источников, главным образом за счет использования складских запасов и урана, полученного в результате конверсии оружейных ядерных материалов (рис. 3) [5]. Поставки из этих источников, однако, могут существенно сократиться в ближайшее десятилетие (кривые на рис. 3 соединятся). Освоение новых мес-

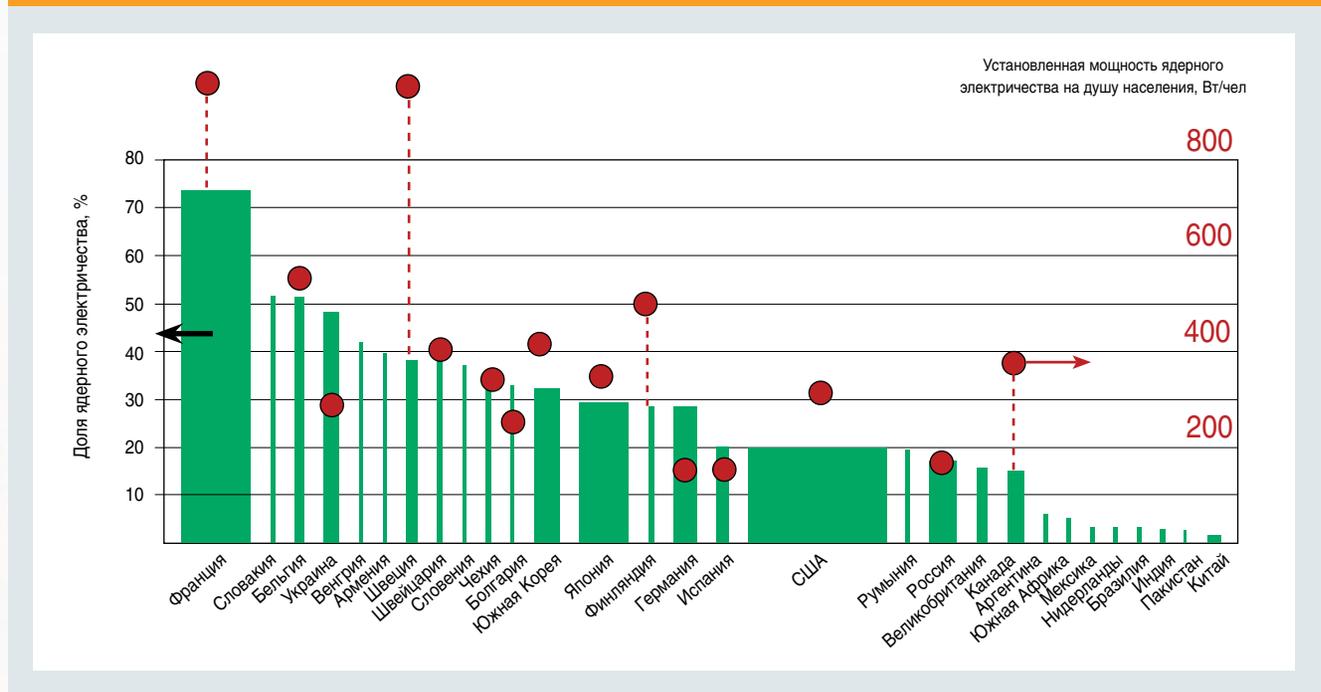
торождений урана обычно занимает несколько лет, а в ряде случаев подземной добычи (в шахтах) — до 15 лет.

Известные извлекаемые запасы (Known Recoverable Resources) урана по себестоимости менее 130 долл/кг U, согласно оценкам WNA (2011 г.), составляют около 5,3 млн т (Mt), причем 61% запасов сосредоточен в четырех странах: Австралии (31%), Казахстане (12%), России (9%) и Канаде (9%) (табл. 1). Кроме того, имеются подтвержденные запасы урана (по классификации МАГАТЭ — Reasonably Assured Resources — RAR) вместе с «забалансовыми запасами» (Inferred Resources) по цене менее 130 долл/кг U в количестве около 4,7 Mt [4]. До настоящего времени в мире добыто приблизительно 2,5 Mt урана (см. рис. 3), то есть осталось в недрах всего в 2–4 раза больше, чем извлечено.

Таким образом, уран, как и некоторые другие металлы, находится в зоне риска в связи с исчер-

Рисунок 1

Доля производства ядерного электричества и установленная мощность АЭС на душу населения в разных странах мира



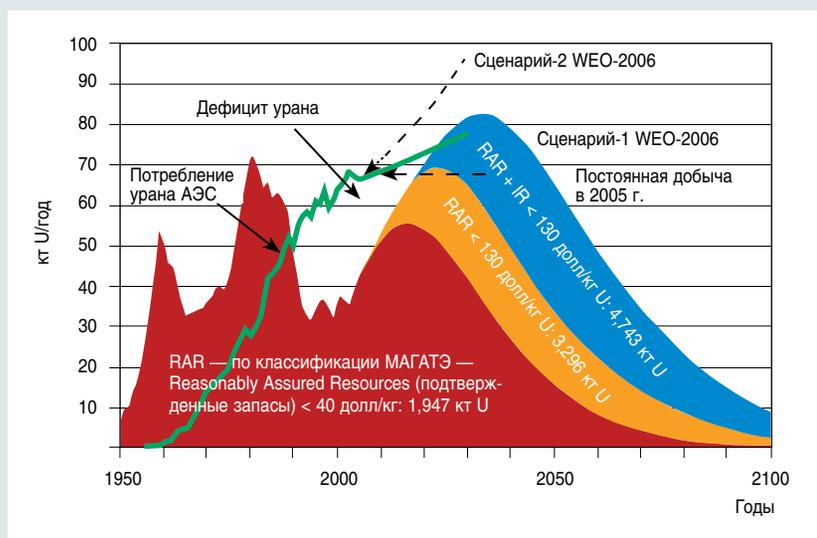
Источник: Всемирная ядерная ассоциация (WNA)

панием рентабельных месторождений и отсутствием промышленных технологий для добычи этих материалов из других пород, имеющих в земной коре. Поэтому дискуссии о «пиках добычи», то есть о пределах практически экспоненциального роста добычи полезных ископаемых, включая уран, возникают все чаще [4–11]. Например, дискуссия о продолжительности «нефтяной эры» ведется с середины XX в., когда американским геофизиком Кингом Хаббертом в 1956 г. был теоретически предсказан пик добычи нефти (midpoint) в 2000 г. [6]. Сейчас этот пик «сдвинули» за 2010 г. Аналогичные картины рисуют и для различных металлов [8]. Наиболее комплексно задача о «пике и тормозах развития» сформулирована в отчете группы ученых под руководством Д. Медоуза, который назван «Пределы роста» (1974 г.). Отчет содержит прогноз мирового развития, сделанный по заказу Римского клуба [7]. После выхода отчета развернулась дискуссия, однако убедительный ответ на вопрос о пределах роста до сих пор не найден.

В данной работе мы предлагаем достаточно упрощенную модель глобальной динамики добычи урана для ее оперативного прогнозирования, основываясь на фактических данных о добыче за определенный период времени и об известных извлекаемых запасах урана в недрах. Впервые эта модель была изложена в работах [10, 11]. Модель описывает тренд динамики добычи невозобновляемых ресурсов и позволяет установить время наступления пика их добычи по известным запасам в недрах и темпу освоения запасов в предыдущие годы. Речь идет об исчерпании не столько самих источников энергии (в глобальном смысле их много), сколько существующих технологических и экономических возможностей их добычи. Оценки параметров динамики добычи невозобнов-

Рисунок 2

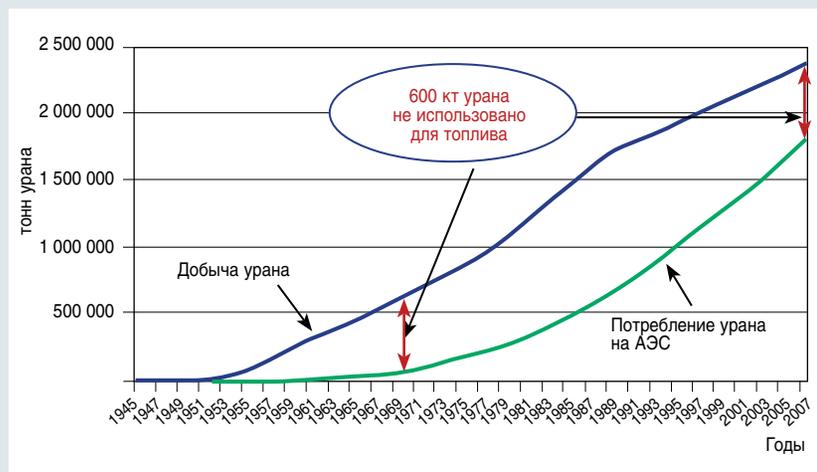
Добыча урана фактическая (до 2006 г.) и прогнозная по оценкам [4]



Примечание. Прогноз базируется на запасах при себестоимости добычи урана менее 40 долл/кг U и менее 130 долл/кг U. Сплошная линия показывает потребности в природном уране действующих энергетических ядерных реакторов АЭС (потребность после 2005 г. — по разным сценариям развития ядерной энергетики World Energy Outlook — WEO). IR — Inferred Resources (забалансовые запасы).

Рисунок 3

Динамика добычи природного урана в мире и его потребления с целью производства топлива для АЭС [5]



Примечание. Обе кривые — нарастающим итогом (сумма предыдущих лет).

ляемых ресурсов как в масштабах отдельного месторождения, так и в масштабах отдельных регионов или стран важны для своевременного принятия решений о постановке задач и необходимом финансировании исследований альтернативных инновационных технологий извлече-

ния критически важных ресурсов из нетрадиционных пород. Кроме того, важно своевременно разрабатывать энергосберегающие и ресурсосберегающие технологии и машины, требующие существенного (в разы) снижения потребления невозобновляемых ресурсов.

Основные соотношения аналитического прогноза динамики добычи урана

Следуя [10, 11], обозначим массу ежегодной добычи урана в году t через $G(t)$, кг/год. В некоторый начальный момент времени $t = 0$ ежегодная добыча составляла величину G_0 . При этом ежегодные (и даже многолетние) колебания уровня добычи могут существенно отклоняться от тренда (см. рис. 1), особенно в масштабах отдельной страны и тем более отдельного месторождения. Эти колебания добычи связаны с политическими, технологическими, экономическими, климатическими и другими «локализованными во времени» факторами. В нашем упрощенном рассмотрении в масштабах десятилетий будем абстрагироваться от локальных колебаний и ориентироваться только на глобальные тренды. Как правило, скорость изменения добычи dG/dt тем больше, чем больше уровень добычи, то есть скорость изменения добычи связана с уровнем добычи $G(t)$ уравнением

$$\frac{dG}{dt} = k(t) \cdot G(t), \quad (1)$$

где $k(t)$ — темп добычи (год⁻¹), зависящий от времени. Иногда величину $k(t)$ называют эффективностью использования ресурса, или эффективностью экономики, так как чем больше величина $k(t)$, тем выше скорость роста добычи при том же ее уровне. В [3, 11] показано, что темп добычи численно практически равен относительному ежегодному изменению тренда добычи. В частном случае, когда темп добычи постоянен во времени $k(t) = k_0$ из (1) получаем хорошо известный экспоненциальный закон роста добычи с течением времени

$$G(t) = G_0 \cdot \exp(k_0 t).$$

Экспоненциальный рост характерен для процессов, не имеющих ограничений по ресурсам. Для ограниченного ресурса темп добычи имеет тренд к снижению с течением времени. В общем случае интегрирование в (1) дает зависимость добычи урана от времени в виде

$$\ln \frac{G(t)}{G_0} = \int_{t=0}^t k(t) dt \text{ или}$$

$$G(t) = G_0 \exp\left(\int_{t=0}^t k(t) dt\right). \quad (2)$$

Для упрощения математической задачи предположим, что темп добычи линейно уменьшается с течением времени:

$$k(t) = k_0 \left(1 - \frac{t}{T_M}\right), \quad (3)$$

где k_0 — значение темпа в начальной стадии рассмотрения динамики (при $t = 0$); T_M — момент времени (от начала рассмотрения динамики), когда величина темпа добычи проходит через ноль и затем при $t > T_M$ становится отрицательной. В результате такого изменения темпа добычи скорость ее изменения dG/dt , согласно (1), также проходит через ноль и становится отрицательной. То есть в момент времени T_M добыча достигает максимума (пика добычи) G_M и с момента времени T_M начинает уменьшаться. В конце статьи показано, что двучленная форма (3) изменения темпа добычи эквивалентна так называемой релаксационной модели развития, учитывающей скорость ввода в эксплуатацию новых предприятий (месторождений) по добыче урана и скорость вывода (закрытия) старых.

Подстановка (3) в (2) с последующим интегрированием дает аналитическое выражение для динамики добычи в виде Гауссовой кривой:

$$\ln \frac{G(t)}{G_0} = k_0 \left(t - \frac{t^2}{2T_M}\right) \text{ или}$$

$$G(t) = G_M \exp\left(-\frac{k_0}{2T_M}(t - T_M)^2\right). \quad (4)$$

Максимум (пик) годовой добычи G_M связан с начальным уровнем добычи G_0 и периодом T_M достижения пика добычи выражением:

$$G_M = G_0 \exp\left(\frac{k_0 T_M}{2}\right). \quad (5)$$

Таблица 1

Известные извлекаемые запасы урана на 2011 г. (World Nuclear Association, 2012 г.)

Страна	Извлекаемый запас урана в недрах, кт U	Доля в мировых запасах, %
Австралия	1661	31
Казахстан	629	12
Россия	487	9
Канада	469	9
Нигерия	421	8
Южная Африка	279	5
Бразилия	277	5
Намибия	261	5
США	207	4
Китай	166	3
Украина	120	2
Узбекистан	96	2
Монголия	56	1
Иордания	34	1
Другие	164	3
Всего в мире	5327	100

Отсюда следует, что пик добычи весьма чувствителен (экспоненциально) к начальному темпу добычи k_0 и времени достижения пика T_M . При этом, конечно, период времени T_M зависит от выбора начала отсчета времени наблюдения (анализа) добычи. Причем, период T_M обратно пропорционален начальному темпу k_0 освоения ресурса: чем выше темп, тем короче период достижения пика добычи и период исчерпания ресурса при прочих равных условиях.

Важнейшие параметры добычи k_0 , T_M и G_M , определяющие динамику добычи урана (4), связаны с массой извлекаемого урана M (с момента времени $t = 0$). Величина M «нормирует площадь» под кривой добычи (4):

$$M = \int_{t=0}^{\infty} G(t) \cdot dt = G_M \sqrt{\frac{2\pi T_M}{k_0}} \cdot \varphi(x). \quad (6)$$

Здесь обозначено:

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{1 + \Phi(x)}{2}; \\ \Phi(x) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-z^2) dz; \quad (7) \\ x &= \sqrt{\frac{k_0 T_M}{2}}. \end{aligned}$$

Функция $\Phi(x)$ называется функцией Лапласа, или интегралом вероятностей. Эта функция монотонно растет от 0 до 1 при увеличении x от 0 до ∞ . При этом функция $\varphi(x)$ монотонно возрастает от 0,5 до 1. При $x \geq 2$ функция Лапласа практически равна 1 и, следовательно, $\varphi(x) \approx 1$. Так, при $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$ имеем: $\Phi(1) \approx 0,843$; $\Phi(2) \approx 0,993$; $\Phi(3) \approx 1,000$. Иначе говоря, когда начальные темпы добычи высоки и достаточно продолжителен период времени T_M , так что $x \geq 1$, с погрешностью менее 8% можно принять в (6) $\varphi(x) \approx 1$.

Важно отметить, что величина M в выражении (6) известна как результат исторических данных о годовой добыче и прогно-

за геологов и состоит из двух слагаемых:

$$M = \sum_{i=1}^n G_i + M_{\text{ост}}, \quad (8)$$

где первое слагаемое есть сумма ежегодных масс $G_i = G(t_i)$ фактически добытого урана согласно статистике за n лет, предшествующих прогнозируемому периоду (который начинается в нашем случае с 2012 г.), а второе слагаемое — извлекаемый остаток урана в недрах, оцененный геологическими службами на начало прогнозного периода (2012 г.). Оценки $M_{\text{ост}}$ разными авторами (компаниями) разнятся и периодически изменяются. Мы использовали в качестве $M_{\text{ост}}$ значения по данным WNA из *табл. 1*. Очевидно, величина M зависит от выбора точки отсчета времени, то есть от числа n лет, используемых для формирования трендовых показателей G_0 и k_0 .

По историческим данным можно определить k_0 и G_0 и по известным оценкам M спрогнозировать параметры пика добычи T_M и G_M . Фактическая зависимость годовой добычи урана от времени отличается значительной волатильностью (большими колебаниями около тренда). Поэтому не всегда легко установить начальный темп

добычи k_0 , существенно влияющий на параметры динамики добычи. В Приложении 1 показано, как можно выполнить расчет всех параметров добычи с помощью методов наименьших квадратов и «условного экстремума» на основе исторических данных о ежегодной добыче урана.

Важным результатом предложенной модели является возможность прогноза динамики добычи без опоры на исторические данные. Требуется лишь знание последнего фактического значения годовой добычи G_0 , являющегося начальным для прогноза, величины оставшихся извлекаемых запасов урана $M \equiv M_{\text{ост}}$ и одного из параметров k_0 или G_M . Так, если известно ограничение на величину пика добычи G_M (например, по технико-экономическим причинам, геологическим или по причинам спроса и т.п.), то остальные расчетные параметры k_0 и T_M , характеризующие прогноз динамики добычи, вычисляются согласно (5)–(7) без привлечения исторических данных по формулам:

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{G_M}{M} \gamma(x); \\ T_M &= \frac{2x^2}{k_0} = \frac{M}{G_M} \frac{2x^2}{\gamma(x)}. \end{aligned} \quad (9)$$



Таблица 2

Зависимость функции $\varphi(x)$ от отношения пиковой добычи к начальной $G_M/G_0 = \exp(x^2)$ по формулам (9)

G_M/G_0	$x = \sqrt{\ln(G_M/G_0)}$	$\varphi(x)$	$\gamma(x)$	$2x^2 \cdot \gamma(x)$	$\gamma(x) \cdot \exp(x^2)$
1	0	0,5	0	0	0
1,1	0,309	0,669	0,733	0,260	0,806
1,5	0,637	0,816	1,843	0,440	2,765
2	0,833	0,880	2,599	0,534	5,202
3	1,048	0,931	3,459	0,635	10,374
4	1,177	0,952	3,972	0,698	15,873
5	1,269	0,963	4,332	0,743	21,680
6	1,339	0,971	4,609	0,778	27,686
7	1,395	0,976	4,827	0,806	33,793
8	1,442	0,979	5,005	0,831	40,037
9	1,482	0,982	5,159	0,851	46,389
10	1,517	0,984	5,292	0,870	52,851
15	1,646	0,990	5,777	0,938	86,765
20	1,731	0,993	6,093	0,984	121,937
25	1,794	0,995	6,328	1,017	158,130

Здесь обозначено:

$$x = \sqrt{\frac{k_0 T_M}{2}} = \sqrt{\ln \frac{G_M}{G_0}};$$

$$\gamma(x) = 2\sqrt{\pi} \cdot x \varphi(x).$$

Иначе говоря, зная отношение ожидаемого пика добычи G_M к последнему фактическому значению годовой добычи $G_0 < G_M$, вычисляем величину x , затем при известном значении $M \equiv M_{\text{ОСТ}}$ вычисляем сначала начальный темп прогнозной добычи k_0 , потом время наступления пика добычи T_M , отсчитываемое от начала прогноза. Как следует из (9), погрешность определения k_0 и T_M зависит в первую очередь от погрешностей оценки G_M и $M_{\text{ОСТ}}$. Значения функции $\gamma(x)$ представлены в табл. 2. Как видно, при изменении отношения G_M/G_0 от 1 до 10 функция $\gamma(x)$ увеличивается от 0 до 5,3.

В том случае, если известен темп роста добычи в ближайшие годы k_0 , то пик добычи G_M определяется из решения трансцендентного уравнения

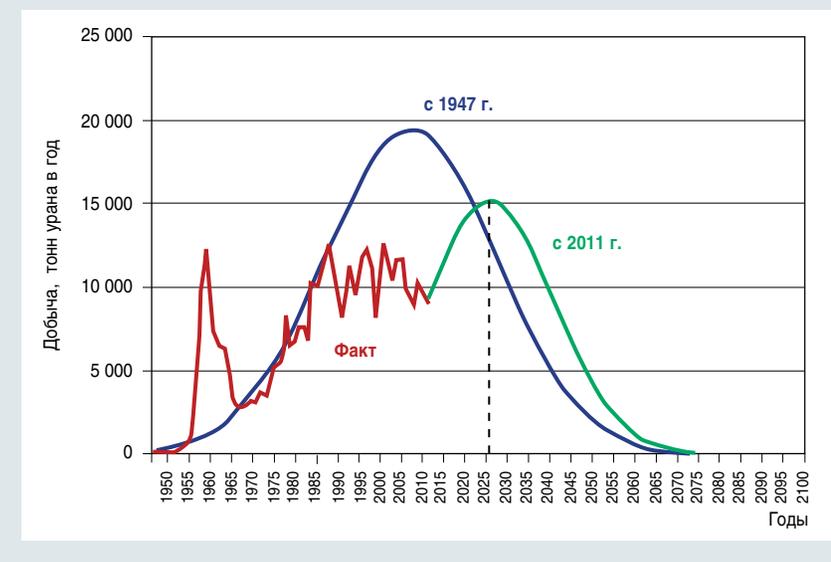
$$\frac{k_0 M}{G_0} = \gamma(x) \cdot \exp(x^2). \quad (10)$$

По известным k_0 , M и G_0 отсюда находится x , а затем $G_M = G_0 \cdot \exp(x^2)$ и $T_M = 2x^2/k_0$.

Таким образом, задаваясь линейным приближением (3) изменения темпа добычи со временем, мы получили наглядные и удобные аналитические выражения для динамики добычи урана (4)

Рисунок 4

Динамика добычи урана в Канаде с 1947 г.



Примечание. Исторические данные из [12] и WNA.

и взаимосвязи ее важнейших параметров (5)–(10).

Прогноз динамики добычи урана в Канаде

Канада с 1944 г. развивает собственную линейку ядерных реакторов типа CANDU, в которых в качестве топлива используется природный уран, а в качестве теплоносителя и замедлителя нейтронов — тяжелая вода (D_2O). Около 15% электроэнергии в Канаде производят 17 энергетических ядерных реакторов с установленной мощностью 12 ГВт, так что «ядерная энерговооруженность» составляет 375 Вт/чел. Канада одной из первых стран начала добычу урана в промышленных масштабах (в 1933 г.). В настоящее время только одна страна — Канада — имеет значительные запасы урана с концентрацией в руде более 1%. Около 400 кт U содержится в руде с высочайшей в мире концентрацией до 20%, в то время как более 90% мировых запасов урана содержится в руде с концентрацией менее 1%, причем две трети запасов имеют концентрацию менее 0,1% (WNA, 2012).

На протяжении многих лет Канада была крупнейшим в мире по-

ставщиком природного урана, но в 2009 г. на первое место в мире по добыче урана вышел Казахстан. Крупнейшая в мире канадская шахта «МакАртур Ривер» (McArthur River mine) дает ежегодно около 7–8 кт U, то есть 65–85% всего производства урана в Канаде (в последние пять лет). Ожидается значительное увеличение добычи урана в Канаде, если в 2013 г. вступит в строй новая крупная шахта «СигарЛэйк» (Cigar Lake mine). Как следует из рис. 4, динамика добычи урана в Канаде весьма неравномерна. Первый канадский урановый рудник на Большом Медвежьем озере поставлял сырье для Манхэттенского проекта (создание ядерной бомбы США). Первый пик добычи в 12,2 кт U/год достигнут в 1959 г. В 1962 г. США прекратили импорт урана из Канады, что вызвало резкий спад добычи. В результате мирового энергетического кризиса 1973–1975 гг., когда цены на нефть подскочили в шесть раз, США и некоторые другие страны объявили о развитии ядерной энергетики. Это способствовало росту добычи урана в Канаде, которая достигла нового пика в 12,5 кт U/

год в 1988 г. Однако после Чернобыльской аварии в СССР в 1986 г. начался «период стагнации» ядерной энергетики и произошел очередной спад добычи урана в Канаде. В последние 20 лет наблюдается некоторая стабилизация добычи на уровне 9–12 кт U/год при достаточно высокой волатильности. Собственное потребление урана в Канаде составляет 1,6–1,9 кт U в год.

Наша модель, естественно, не отражает такие сложные изменения добычи урана в Канаде. Однако многолетние тренды улавливает. Мы выполнили три варианта расчетов динамики добычи. В первом использован фактический временной ряд добычи с 1947 г., когда добыча составляла $G_0 = 238$ т U/год и стала регулярной, по 2011 г. включительно (период наблюдения $n = 65$ лет, см. Приложение 1). Во втором варианте — с 1991 г., когда добыча вновь стала расти от минимального уровня $G_0 = 8,2$ кт U/год, по 2011 г. включительно, то есть $n = 21$ год. Оба варианта выполнены по методике, описанной в Приложении 1. Сначала мето-

дом наименьших квадратов по историческим данным определены темп добычи k_0 и параметр $\beta = k_0/2T_M$, после чего вычисляются характеристики пика добычи T_M и G_M и строится график динамики добычи (табл. 3 и рис. 4). Как следует из табл. 3, начальный темп и пик добычи по первому варианту довольно высоки ($k_0 \approx 15\%/год$, $G_M \approx 19$ кт U/год), причем пик добычи уже пройден в 2007 г. Согласно второму варианту (с 1991 г.), начальный темп и пик добычи скромнее — $k_0 \approx 2,4\%/год$, $G_M \approx 11$ кт U/год, а пик ожидается в 2016 г.

В третьем варианте исторические данные, согласно (9), не использованы за исключением последнего (2011 г.) фактического значения добычи $G_0 = 9145$ т U/год, являющегося начальным для прогноза (см. рис. 4). Полагая, что пик добычи в Канаде может составить 15 кт U/год, и принимая $M_{OCT} = 469$ кт U по данным WNA, получим по формулам (9): $x = 0,7034$; $\phi = 0,84$; начальный темп $k_0 \approx 6,7\%/год$ (в начале 2012 г.) и время наступления пика 2026 г. ($T_M \approx 15$ лет).

Таблица 3

Исходные данные и результаты расчета параметров динамики добычи урана

Регион добычи U	Канада		Австралия		Казахстан			Мир	
Начало отсчета времени	Начало 1947 г.	Начало 1991 г.	Начало 1954 г.	Начало 1954 г.	Начало 1997 г.	Начало 1997 г.	Начало 1946 г., потребление	Начало 1986 г., потребление	Начало 2002 г., добыча
Период наблюдения n , лет	65	21	58	58	15	15	65	25	10
Начальная добыча G_0 , т U/год	238	8200	91	91	794	794	1000	54 000	36 036
Запасы урана на начало 2012 г., M_{OCT} , кт U	469	469	1300	1661	629	1400	5327	5327	5327
Запасы урана от начала отсчета времени M , кт U	923	704	1 510	1 838	722	1493	7786	6883	5764
k_0 , год ⁻¹	0,146	0,0242	0,122	0,112	0,256	0,245	0,139	0,0159	0,0399
β , год ⁻²	0,00121	0,00048	0,0007	0,00056	0,00461	0,0036	0,00098	0,0002	0,00049
Пиковая добыча G_M , т U/год	19 465	11 100	18 465	24 500	28 000	51 000	138 000	65 000	81 200
Период достижения пика добычи T_M , лет	60	25	87	100	28	34	71	36	41
Год достижения пика добычи	2007	2016	2041	2054	2025	2031	2017	2022	2043

Таким образом, все три варианта расчетов показывают, что к середине настоящего века добыча урана в Канаде сократится в несколько раз по сравнению с пиковой добычей 12–20 кт U/год, ожидаемой до 2025 г. Два последних варианта прогноза представляются нам наиболее близкими к реальному сценарию.

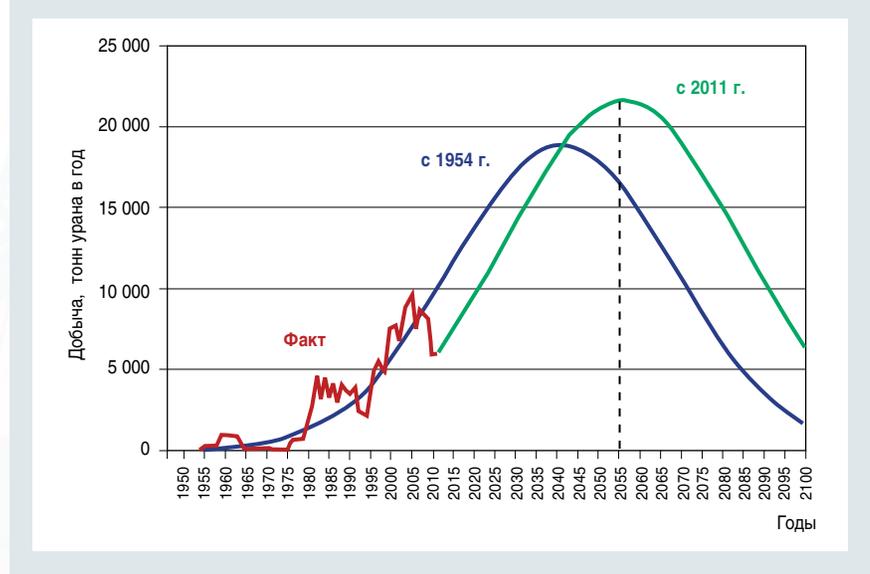
Прогноз динамики добычи урана в Австралии

В Австралии нет ядерной энергетики. Поэтому значительная часть добываемого урана идет на экспорт. По данным Всемирной ядерной ассоциации (WNA), Австралия обладает крупнейшими запасами урана в мире, которые оцениваются в 31% мировых запасов (см. табл. 1). Доказанные (оставшиеся в недрах) запасы урана в Австралии составляют около 700 тыс. т по цене менее 40 долл/кг U (самые большие запасы в мире в этой стоимостной категории — 40% мировых ресурсов) и около 1300 тыс. т в стоимостной категории до 80 долл/кг U [13, 14]. Добыча урана в промышленных масштабах началась в 1954 г. С тех пор извлечено около 210 кт оксид-кислоты урана U_3O_8 (в 1 т U_3O_8 содержится 0,848 т U). С 1983 г. правительство Австралии практикует политику ограничения добычи урана, получившую неофициальное название «политика трех шахт», в силу которой разрешена разработка только трех урановых месторождений (по экологическим причинам и, по-видимому, в ожидании большего спроса и более высоких цен на уран). В итоге график ежегодной добычи урана в Австралии отличается высокой волатильностью (рис. 5). В 2011 г. добыто 5983 т U, что ставит Австралию на третье место за Казахстаном и Канадой. После 2011 г. планируется увеличение добычи с темпом около 6%/год для достижения уровня 25 000 т U_3O_8 в 2030 г. [14].

Мы выполнили три варианта расчетов динамики добычи. В пер-

Рисунок 5

Динамика добычи урана в Австралии с 1954 г.



Примечание. Исторические данные из [13, 14] и WNA. Расчет по историческим данным с 1954 г. при $M_{OCT} = 1300$ кт U; без исторических данных с 2011 г. при $M_{OCT} = 1661$ кт U.

вых двух использован весь фактический временной ряд добычи с 1954 г., когда добыча составляла $G_0 = 91$ т U/год, по 2011 г. включительно ($n = 58$ лет), но с разными извлекаемыми запасами $M_{OCT} = 1300$ и 1661 кт U соответственно. Как следует из табл. 3 и рис. 5, пики добычи ≈ 18 –25 кт U/год ожидаются в 2041 и 2054 г. соответственно.

В третьем варианте исторические данные, согласно (9), не использованы за исключением последнего (2011 г.) фактического значения добычи $G_0 = 7,06$ кт U_3O_8 /год (6 кт U/год), являющегося начальным для прогноза. Полагая, что пик добычи в Австралии может составить 25 кт U_3O_8 /год (21,2 кт U/год), согласно [13, 14], и принимая $M_{OCT} = 1959$ кт U_3O_8 (1661 кт U), по данным WNA, получим по формулам (9): $x = 1,124$; $\varphi = 0,944$; начальный темп $k_0 \approx 4,8\%$ /год в начале 2012 г. (что близко к заявленному в [13, 14]) и время наступления пика — 2064 г. ($T_M \approx 53$ лет).

Все три варианта показывают, что пик добычи урана в Австралии 18–25 кт U/год будет достигнут в середине века, а к концу века до-

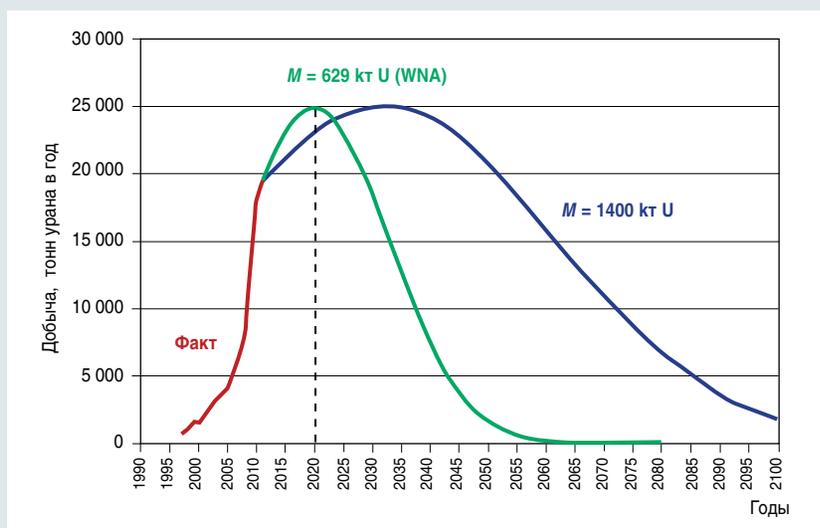
быча сократится в несколько раз по сравнению с пиковой.

Прогноз динамики добычи урана в Казахстане

Энергетических ядерных реакторов в Казахстане нет. По различным данным, в республике сосредоточено 12–19% мировых разведанных запасов урана по цене до 130 долл/кг (табл. 1, [15]). По данным компании «Казатомпром», общие ресурсы урана в стране превышают данные WNA (см. табл. 1) и составляют порядка 1,5 млн т, из них около 1,1 млн т возможно добывать эффективным методом подземного выщелачивания. Компания «Казатомпром» имеет богатый опыт применения сернокислотного выщелачивания урана. После распада СССР регулярная промышленная добыча урана в Казахстане началась в 1997 г. Тогда уровень добычи составлял $G_0 \approx 795$ т U/год, а темп роста добычи был очень высоким: $k_0 \approx 24\%$ /год (рис. 6 и табл. 3). В 2009 г. Казахстан увеличил добычу почти на 65% по сравнению с предыдущим годом и впервые вышел на первое место по добыче природного урана

Рисунок 6

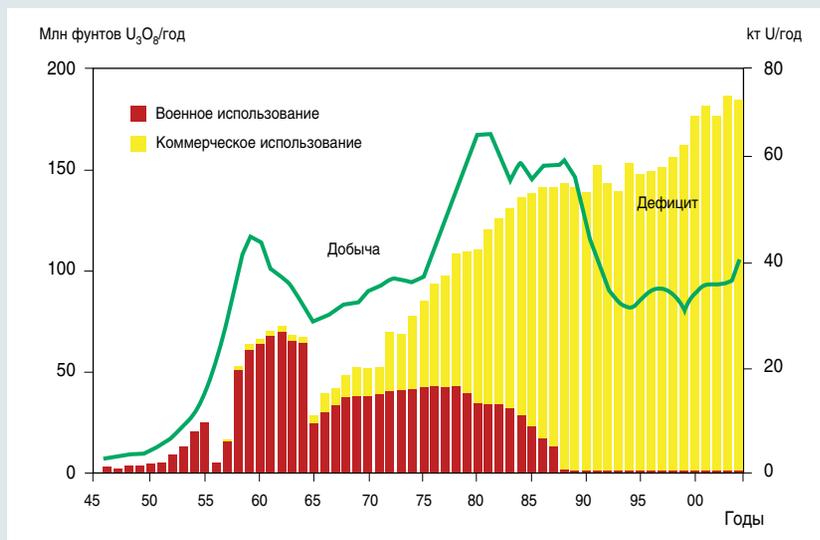
Динамика добычи урана в Казахстане с 1997 г.



Примечание. Исторические данные из [15] и WNA.

Рисунок 7

Динамика добычи и потребления урана в мире [17]



в мире (14 214 т U/год). В 2011 г. Казахстан достиг уровня добычи в ≈ 20 кт/год, что почти в 25 раз превышает добычу 1997 г. и составляет более трети от мирового производства природного урана. В 2012–2015 гг. планируется увеличение добычи, как и в Австралии, до ≈ 25 кт U в год. С 1997 по 2012 г. добыто 93 кт U, что составляет почти 13% от извлекаемых запасов $M = 93 + 629$ кт, если опи-

раться на оценку запасов WNA (см. табл. 1). По данным [15], за весь период в республике добыто 4,2% от общих запасов урана. Эта цифра представляется сильно заниженной, так как она дает величину запасов $M = 93 / 0,042 \approx 2214$ кт, превышающую данные WNA в 3,5 раза.

Мы выполнили четыре варианта расчетов динамики добы-

чи. В первых двух использован весь фактический временной ряд добычи с 1997 г., когда добыча составляла $G_0 = 795$ т U/год, по 2011 г. включительно ($n = 15$ лет), но с разными извлекаемыми запасами $M_{OCT} = 629$ и 1400 кт U соответственно. Как следует из табл. 3, по первому варианту пик добычи наступит весьма скоро — в 2025 г. ($T_M \approx 28$ лет, $1997 + 28 = 2025$) с максимумом добычи $G_M \approx 28$ кт U/год. Затем последует резкое снижение добычи — в 30 раз к середине XXI в. (вследствие очень высоких темпов добычи за последние 15 лет). Оцененная нами величина $G_M = 28$ кт U/год близка к заявленному руководством компании «Казатомпром» уровню добычи 25 кт/год в 2012–2015 гг. По нашим оценкам, темп добычи в 2012 г. составит менее 12%/год, что подтверждается снижением реального прироста в 2011 г. до 9%/год.

Если увеличить запасы урана в 2,2 раза (по сравнению с данными WNA) до $M_{OCT} = 1400$ кт, то время наступления пика отодвигается на шесть лет — до 2031 г., а пиковая добыча возрастет до 51 кт U/год, что вряд ли по силам добывающей промышленности Казахстана.

В третьем и четвертом вариантах исторические данные, согласно (9), не использованы за исключением последнего (2011 г.) фактического значения добычи $G_0 = 19\,450$ т U/год, являющегося начальным для прогноза. Полагая, что пик добычи в Казахстане может составить 25 кт/год, согласно [15], и принимая $M_{OCT} = 629$ кт U, по данным WNA, получим по формулам (9): $x = 0,501$; $\varphi = 0,76$; начальный темп $k_0 \approx 5,4\%$ /год в начале 2012 г. и время наступления пика ≈ 2020 г. ($T_M \approx 9$ лет). При больших запасах урана $M_{OCT} = 1400$ кт темп добычи в 2012 г. ожидается на уровне $k_0 \approx 2,4\%$ /год, что в 2,2 раза ниже предыдущего варианта, а пик отодвигается до 2032 г. ($T_M \approx 21$ год) с последующим спадом.

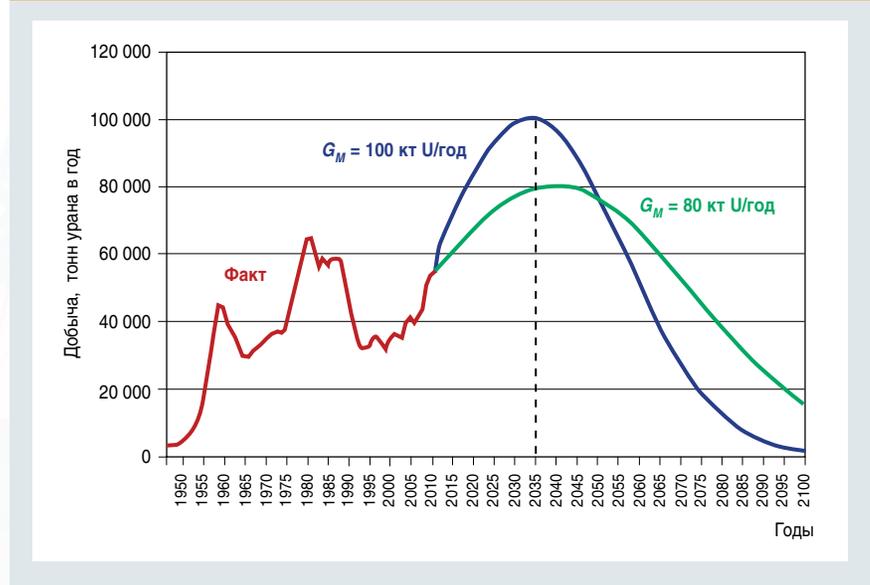
Таким образом, все варианты расчета динамики добычи урана в Казахстане при запасах урана, по данным WNA, показывают, что пик добычи 25–28 кт U/год будет достигнут в 2020–2025 гг., а к середине века добыча сократится в несколько раз по сравнению с пиковой. Если запасы урана в Казахстане превышают данные WNA в 2,2 раза, то пик добычи сдвигается к 2032 г. с более плавным снижением к концу века.

Прогноз динамики добычи урана в мире

С 1945 г. по настоящее время в мире добыто около 2,5 млн т урана, а его мировые запасы в недрах в ценовой категории не дороже 130 долл/кг U оцениваются приблизительно в 5,3 Мт [1]. По данным, приведенным в работе [16], оценки объемов урана, потенциально извлекаемых из фосфатов, руд цветных металлов, карбонатов, сланцев и лигнитов, находятся в диапазоне 7–22 Мт при себестоимости добычи до 250 долл/кг. Так или иначе, суммарная добыча урана в мире характеризуется сильной неравномерностью (рис. 1, 7, 8), причем до 80-х годов XX в. значительная часть урана добывалась для военных целей (рис. 7). Поэтому делать прогноз динамики мировой добычи урана по историческим данным нецелесообразно. На рис. 8 приведены результаты двух вариантов расчетов по формулам (9) с использованием последнего (2011 г.) фактического значения добычи $G_0 = 54\,610$ т U/год, являющегося начальным для прогноза, и извлекаемых мировых запасов урана $M_{\text{ост}} = 5327$ кт U по данным WNA (см. табл. 1). В первом варианте пиковая добыча принята на уровне $G_M = 80$ кт U/год, незначительно превышающем современный уровень потребности АЭС в природном уране и соответствующем умеренному сценарию развития ядерной энергетики, а во втором — 100 кт U/год, соответствующем более оптимистическому сценарию развития ядерной энергетики. По этим прогнозам, в 2012 г.

Рисунок 8

Прогнозирование мировой добычи урана при себестоимости до 130 долл/кг для различных значений пиковой добычи: 80 и 100 кт U в год



темпы роста добычи (тренда) ожидаются в пределах $k_0 \approx 2,7–4,5\%$ /год, а время наступления пика добычи — 2040–2038 гг. соответственно. Как следует из рис. 8, после 2060 г. уровень добычи станет ниже, чем в настоящее время, то есть в несколько раз меньше пиковой.

О влиянии ресурсов урана на стратегию развития ядерной энергетики

Из 435 энергетических реакторов в мире 433 относятся к типу так называемых реакторов на тепловых нейтронах (табл. 4), основным топливом которых является изотоп уран-235. В природном уране этого изотопа, являюще-

гося практически единственным природным делящимся материалом, пригодным в качестве топлива для реакторов, содержится всего 0,711% (по массе). Остальные почти 99,284% природного урана составляет изотоп уран-238, который топливом для реакторов не является (в природном уране есть еще следы урана-234 в количестве около 0,0054%). Только один тип реакторов — тяжеловодный реактор типа CANDU работает на топливе из природной смеси изотопов урана. Во всех остальных типах реакторов используется уран с обогащением по изотопу уран-235 до 2–5% (в «тепловых реакторах») или до 20% (в «быстрых реакторах»). В процессе работы реактора выгорает

Таблица 4

Число и типы ядерных энергетических реакторов в мире (2011 г.)

Тип реактора	Число реакторов	Доля реакторов, %
Реакторы с водой под давлением (ВВЭР, PWR)	265	60,9
Реакторы с кипящей водой (BWR)	94	21,6
Тяжеловодные реакторы CANDU (PHWR)	44	10,1
Газоохлаждаемые реакторы (AGR&Magnox)	18	4,1
Легководные графитовые реакторы (РБМК)	12	2,8
Реакторы на быстрых нейтронах (FBR)	2	0,5
Всего	435	100

менее 75% урана-235. Таким образом, существующая ныне ядерная энергетика на тепловых нейтронах использует менее 0,7% добываемого природного урана.

Нетрудно убедиться также в том, что более 80% всего урана, добытого для энергетических целей, лежит на складах в виде так называемого обедненного урана (отвала). Действительно, природный уран с расходом F кг/с и начальной концентрацией $c = 0,711\%$ урана-235 поступает на вход разделительного производства для обогащения изотопом уран-235 перед производством топлива. В результате обогащения производится продукт (обогащенный уран) с концентрацией $x > c$ и обедненный уран (отвал) с кон-

Существующая ныне ядерная энергетика на тепловых нейтронах использует менее 0,7% добываемого природного урана.

центрацией $y < c$ и расходом W кг/с. Так как выполняется баланс масс по полному количеству урана и по урану-235 до и после разделения, получаем взаимосвязь расходов природного и отвального урана в виде [3]:

$$\frac{W}{F} = \frac{x - c}{x - y}. \quad (11)$$

Принимая (для примера) среднее обогащение топлива в реакторах $x = 3\%$ и концентрацию урана-235 в отвальном уране $y = 0,2\%$, получаем $W/F \approx 82\%$. При обогащении топлива до 5% эта величина составит $W/F \approx 89\%$. Как видно, чем выше необходимое обогащение топлива, тем больше образуется отвального урана, на 99,8% состоящего из урана-238. Таким образом, более 82% добываемого урана не используется в энергетических целях в реакторах существующего типа. Учитывая вышеприведенные прогнозы резкого истощения запасов природного урана к середине нашего века, следует признать неперспективную долгосрочную ориентацию

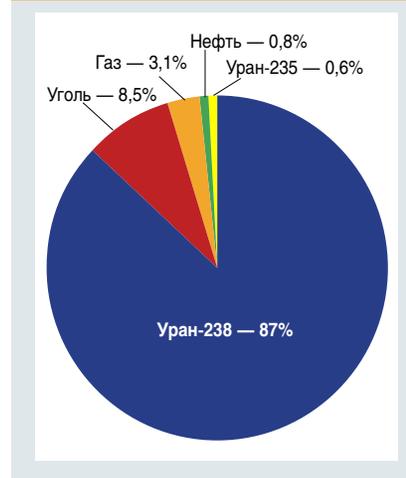
на развитие ядерной энергетики на базе существующих и усовершенствованных типов тепловых реакторов, в которых сжигается лишь уран-235, ввиду крайне неэффективного использования в них природного урана.

Однако ядерной энергетике, в отличие от других энергетических технологий, «повезло» в том смысле, что в ядерных реакторах на быстрых нейтронах имеется возможность производить новое искусственное топливо (плутоний-239 из урана-238) в большем количестве, чем сгорает исходного природного топлива (урана-235). Процесс расширенного воспроизводства топлива называют ядерным бридингом, а реакторы на быстрых нейтронах (сокращенно РБН или FBR) — реакторами-бридерами или реакторами-размножителями. Основоположники идей о реакторах-бридерах Э. Ферми (в США) и А.И. Лейпунский (в СССР) основную цель использования ядерной энергии в мирных целях видели в овладении ресурсами ядерного топлива на основе воспроизводства. То есть превращение урана-238 в плутоний-239 и последующее его сжигание в реакторах на быстрых нейтронах увеличивает топливный ресурс ядерной энергетики в $99,284/0,711 \approx 140$ раз по сравнению с реакторами на тепловых нейтронах и возводит уран в наиболее крупный первичный источник энергии в России (рис. 9). С учетом возможности превращения больших запасов тория-232 в новое искусственное топливо уран-233 ресурсы ядерной энергетики на основе реакторов-бридеров возрастают почти в 300 раз.

Однако первоначальная стратегия развития ядерной энергети-

Рисунок 9

Относительный энергетический потенциал природных ресурсов России



Примечание. По доказанным ресурсам органического топлива [18]: нефть — 9,9 млрд т, газ — 48 трлн м³, уголь — 157 млрд т; по доказанным ресурсам [19]: природный уран — 615 тыс. т.

ки, основанная на идеях Э. Ферми и А.И. Лейпунского, — стратегия быстрого роста энергетики на быстрых нейтронах, не была осуществлена ни в одной стране по ряду причин (высокие капитальные затраты, отсутствие промышленной технологии переработки отработанного ядерного топлива и замыкания топливного цикла, проблемы обеспечения безопасности и нераспространения ядерных материалов и др.). Тем не менее, реакторы-размножители (бридеры) на быстрых нейтронах — это основа долгосрочного развития ядерной энергетики. Россия занимает лидирующие позиции в этой инновационной реакторной технологии, эксплуатируя с 1980 г. реактор БН-600 с натриевым охлаждением и достраивая реактор БН-800 на Белоярской АЭС. Планируется создание линейки коммерческих реакторов на быстрых нейтронах БН-1200 «поколения IV» с электрической мощностью 1200 МВт.

В работе [20] представлена современная долгосрочная стратегия развития крупномасштабной ядерной энергетики России на основе так называемых быст-

рых реакторов естественной безопасности с замкнутым ядерным топливным циклом, сохранения природного баланса радиоактивности при захоронении отходов, предотвращения распространения ядерных оружейных материалов, полного вовлечения в энергопроизводство урановых ресурсов и обеспечения конкурентоспособности ядерного способа производства энергии. Некоторые экономические критерии стратегии саморазвивающейся ядерной энергетики сформулированы в [21].

«Релаксационная модель» динамики добычи урана

Как уже отмечалось в начале статьи, исходное уравнение (1) динамики добычи урана вытекает из так называемой релаксационной модели, широко используемой в физике и экологических исследованиях для анализа динамики различных процессов. Рассмотрим идеализированную систему из N одинаковых добывающих уран предприятий с ежегодной производительностью g (кг U в год) и суммарной годовой добычей $G = gN$ (кг U в год). Скорость изменения числа добывающих предприятий с течением времени dN/dt определяется разностью между скоростью их строительства (ввода в эксплуатацию) λN и скоростью закрытия (вывода из эксплуатации) $N/T_{\text{э}}$ после $T_{\text{э}}$ лет эксплуатации. То есть динамика изменения числа действующих предприятий по добыче в так называемом релаксационном приближении имеет вид:

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N - \frac{N}{T_{\text{э}}} = kN. \quad (12)$$

Здесь λ (1/год) — темп ввода новых предприятий (практически равен ежегодному относительному приросту числа новых предприятий); $k = \lambda - 1/T_{\text{э}}$ — темп развития добывающих производств (\approx ежегодное относительное изменение числа действующих предприятий). Например, если из соображений развития

ядерной энергетики задан темп роста уранодобывающих предприятий $k = 4\%/год$, то при сроке эксплуатации предприятий (месторождений) $T_{\text{э}} = 40$ лет, которому соответствует темп их вывода $1/T_{\text{э}} = 2,5\%/год$, темп ввода новых мощностей должен быть $\lambda = 6,5\%/год$.

Умножая уравнение (12) почленно на g , получим исходное уравнение динамики добычи (1). В общем случае коэффициенты уравнения (12) являются функциями времени: $\lambda(t)$, $T_{\text{э}}(t)$ и $k(t)$, причем в масштабе жизненного цикла системы предприятий эти функции убывающие вследствие исчерпания месторождений. В частном случае функцию $k(t) = \lambda(t) - 1/T_{\text{э}}(t)$ можно аппроксимировать линейной убывающей функцией (3).

1. В данной работе предлагается достаточно упрощенная «релаксационная модель» прогнозирования глобальной динамики добычи урана. В модели принято, что с течением времени по мере исчерпания запасов урана в недрах темпы его добычи уменьшаются

по линейному закону (3). В итоге динамика добычи описывается симметричной колоколообразной кривой (4) (типа распределения Гаусса). Эта кривая (зависимость годовой добычи урана от времени) нормирована на массу извлекаемого урана (6). Модель позволила выявить легко проверяемые взаимосвязи начального темпа добычи урана, максимума его ежегодной добычи и периода достижения пика добычи (5–10) с извлекаемыми запасами урана. В Приложении 1 показано, как можно выполнить расчет всех параметров добычи на основании исторических данных любой длительности с помощью методов наименьших квадратов и «условного экстремума».

Однако наиболее интересный результат данной модели заключается в том, что она дает возможность прогноза динамики добычи без опоры на исторические данные. Требуется лишь знание последнего фактического значения годовой добычи G_0 , являющегося начальным для прогноза, величины оставшихся извлекаемых запасов урана $M_{\text{ост}}$ и одного из параметров: пиковой добычи G_M или темпа добычи k_0 в нача-



ле прогнозного периода. Так, если известно ограничение на величину пика добычи G_M (например, по технико-экономическим причинам, геологическим или по причинам спроса и т.п.), то остальные расчетные параметры k_0 и T_M , характеризующие прогноз динамики добычи, вычисляются без привлечения исторических данных по формулам (9). По этой формуле удобно проводить ежегодный мониторинг прогноза и его коррекции с учетом новых данных о входных параметрах (последнее значение годовой добычи, уточненные данные о запасах урана на начало прогнозного периода).

2. С помощью предлагаемой модели выполнены прогнозы динамики добычи урана в трех странах — лидерах по добыче и запасам урана — Канаде, Австралии, Казахстане и в мире (в целом). Все варианты расчетов показывают, что до конца настоящего века запасы природного урана по себестоимости добычи менее 130 долл. за 1 кг будут практически исчерпаны. Пики добычи и время наступления пика добычи зависят от запасов урана в стране (месторождении и т.п.) и начального темпа его добычи. Наиболее быстрыми темпами (более 24%

в год) развивалась добыча урана в Казахстане (с 1997 г.), что предопределяет и наиболее раннее исчерпание ресурсов (в середине века). Несмотря на сильную волатильность динамики добычи урана в Канаде и Австралии, метод наименьших квадратов указывает на начальный трендовый темп роста добычи в этих странах 12–14% в год, то есть вдвое меньше, чем в Казахстане. Прогноз динамики добычи урана, не привязан-

Основой долгосрочного развития ядерной энергетики должны стать реакторы-размножители на быстрых нейтронах, позволяющие увеличить ресурсную базу ядерной энергетики в 140–300 раз.

ный к историческим данным, как для отдельных стран, так и для мира в целом указывает на критическое снижение добычи урана к середине XXI в. Так, темпы роста мировой добычи (тренда) в 2012–2013 гг. ожидаются в пределах $k_0 \approx 2,7\text{--}4,5\%$ /год, а время наступления пика добычи — 2038–2040 гг. (см. рис. 8). После 2060 г. уровень добычи станет ниже, чем в настоящее время.

3. По нашему мнению, существующие математические методы аппроксимации временных рядов и прогнозирования на их основе не в состоянии описать прогноз динамики добычи урана, отличающейся высокой волатильностью, так как они не основываются на физических представлениях в отличие от нашей «релаксационной модели», упрощенно учитывающей пуск и закрытие предприятий по добыче урана и его реальные извлекаемые запасы в недрах.

4. Речь идет об исчерпании не столько самих источников энергии (в глобальном смысле их много), сколько существующих технологических и экономических возможностей их добычи. Прогноз пика добычи при суще-

ствующих технологиях и месторождениях позволяет акцентировать внимание на разработке новых месторождений и технологий добычи, требующих и новых инвестиций. Прогнозы динамики добычи урана как невозобновляемого ресурса в масштабах отдельного месторождения или в масштабах отдельных регионов или стран важны для своевременного принятия решений о постановке задач и необходимом финанси-

ровании геологических исследований и инновационных технологий извлечения урана из нетрадиционных пород.

Кроме того, важно своевременно разрабатывать ресурсосберегающие типы ядерных реакторов и топливных циклов, позволяющих существенно (в сотни раз) увеличить ресурсную базу энергетики. Экономически приемлемые запасы природного урана при его неэффективном использовании в существующих реакторах на тепловых нейтронах невелики. Они не превышают в энергетическом эквиваленте запасы нефти и не в равной степени доступны для разных стран, что ограничивает масштабы и функционирование современной ядерной энергетики текущим столетием и, как и удорожание обычных видов топлива, несет в себе опасность международных конфликтов [20].

5. Учитывая вышеприведенные прогнозы резкого исчерпания запасов природного урана к середине нашего века, следует признать неперспективной долгосрочную ориентацию на развитие ядерной энергетики на базе существующих и усовершенствованных



типов тепловых реакторов, в которых сжигается лишь уран-235, ввиду крайне неэффективного использования в них природного урана. Основой долгосрочного развития ядерной энергетики должны стать реакторы-размножители (бридеры) на быстрых нейтронах, позволяющие увеличить ресурсную базу ядерной энергетики в 140–300 раз благодаря включению в топливный цикл изотопов уран-238 и торий-232. Коммерчески приемлемые и безопасные реакторы на быстрых нейтронах должны широко включаться в электроэнергетику не позже середины века, пока достаточно природного урана для их запуска. ■

ПЭС 13001/14.01.2013

Литература

1. The Global Nuclear Fuel Market. Supply and Demand 2011–2030, WNA report, 2011. 236 p.
2. Ядерная энергетика. Проблемы. Решения / Под ред. М.Н. Стриханова. Монография в 2 ч. М.: ЦСПИМ, 2011. Ч. 1. С. 16–129.
3. Харитонов В.В. Энергетика. Технико-экономические основы: Учеб. пособие. М.: МИФИ, 2007. 344 с.
4. Uranium Resources and Nuclear Energy. Energy Watch Group. ENG-Series № 1/2006. 48 p.
5. Red Book — Uranium: Resources, Production and Demand. RAF3007, Workshop on Uranium Data

Collection & Reporting. July 2010, Ghana. IAEA.

6. Hubbert M. King. Nuclear Energy and the Fossil Fuels. American Petroleum Institute. Publication № 95. Shell Development Company. June, 1956. P. 1–40 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.hubbertpeak.com/hubbert/1956/1956.pdf>.

7. Медоуз Д.Х., Рандерс Й., Медоуз Д.Л. Пределы роста. 30 лет спустя. М.: ИКЦ «Академкнига», 2008. 342 с.

8. Свердруп Х. Мир на пике: рассуждения об устойчивом обществе [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.gazeta.ru/science/2011/12/28_a_3949529.shtml.

9. Peak uranium [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/Peak_uranium.

10. Харитонов В.В., Кабашев К.В. Аналитическая модель динамики добычи металлов. Цветные металлы. 2012. № 10. С. 20–24.

11. Экономико-аналитические модели динамики развития ядерной энергетики: Монография / Под ред. В.В. Харитоновой. М.: НИЯУ МИФИ, 2012. 76 с.

12. Donald A. Cranstone. Historique de l'exploration minerale et de l'exploitation miniere au Canada et perspectives pour l'avenir. Ministre des Travaux publics et Services gouvernementaux Canada. 2002. P. 11.

13. Gavin M. Mudd. Radon releases from Australian uranium mining and milling projects: assessing

the UNSCEAR approach. Journal of Environmental Radioactivity. 99 (2008). P. 288–315.

14. Australian Energy Resource Assessment. Chapter 6. Uranium and Thorium. P. 171–202 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://adl.brs.gov.au/data/warehouse/pe_aera_d9aae_002/aeraCh_06.pdf.

15. Атомная промышленность Казахстана // Фонд национального благосостояния «Самрук-Казына» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://sk.kz/page/atomnaja-promyshlennost>.

16. Алексеев П., Субботин С. Стратегия поиска. Топливообеспечение атомной энергетики. Росэнергоатом (РЭА). 2011. № 10. С. 30–35.

17. Klingbiel T. The Uranium and Conversion Markets. U.S. Women in Nuclear Conference July 18, 2005. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959378012000313>.

18. BP Statistical Review of World Energy, 2005.

19. Федеральное агентство РФ по недропользованию – Роснедра, 2005.

20. Аврорин Е.Н., Адамов Е.О. и др. Концептуальные положения стратегии развития ядерной энергетики России в XXI веке. М.: ОАО «НИКИЭТ», 2012. 62 с.

21. Харитонов В.В., Молоканов Н.А. Аналитическая модель стратегии саморазвития ядерной энергетики // Экономические стратегии. 2012. № 5. С. 88–98; № 6–7. С. 94–107.

Приложение 1

Расчет параметров добычи урана по историческим данным с помощью методов наименьших квадратов и «условного экстремума»

Фактический годовой объем добычи обычно известен в виде так называемого временного ряда реализованных значений $G_i = G(t_i)$ в предыдущие n лет, предшествующие первому прогнозируемому году t_{n+1} . То есть t_i пробегает все годы подряд от начала рассмотрения динамики ($i = 1$) до настоящего момента времени t_n . Ниже приводится метод численного расчета важнейших параметров добычи — пика добычи G_M , времени его достижения T_M и начального темпа k_0 — на основе известного временного ряда реализованных значений добычи $G_i = G(t_i)$ в предыдущие моменты времени при любом n .

Теоретическую зависимость ежегодного объема добычи урана (4) представим для удобства дальнейших преобразований в виде

$$Y(t) \equiv \ln \frac{G(t)}{G_0} = k_0 \cdot t - \beta \cdot t^2, \quad (\text{П.1})$$

где размерный коэффициент $\beta = k_0 / 2T_M$ (1/год²). Отметим, что два важнейших параметра динамической модели G_M и T_M определяются через параметры k_0 , β и известный объем добычи G_0 для начального года $i = 1$ равенствами

$$T_M = \frac{k_0}{2\beta}, \quad G_M = G_0 \exp\left(\frac{k_0^2}{4\beta}\right). \tag{П.2}$$

Итак, согласно (П.1) и (П.2), для определения всех параметров динамики добычи достаточно по реализованным значениям объемов добычи за предыдущие n лет оценить только два параметра k_0 и β .

Имея ряд реализованных значений $G_1 \equiv G_0, G_2, \dots, G_i, \dots, G_n$ функции $G(t)$ и, следовательно, ряд значений $Y_i = \ln(G_i/G_0)$, причем $Y_1 = 0$, методом наименьших квадратов можно вычислить параметры k_0, β . Для этого находим сначала сумму квадратов отклонений «опытных значений» Y_i от «теоретических значений» $(k_0 \cdot t_i - \beta \cdot t_i^2)$:

$$\Psi(k_0, \beta) = \sum_{i=1}^n (k_0 \cdot t_i - \beta \cdot t_i^2 - Y_i)^2. \tag{П.3}$$

В методе наименьших квадратов находится минимум этой функции двух переменных k_0, β . В нашем случае на эту функцию накладывается ограничение (6), связанное с имеющимися полными извлекаемыми запасами M (8).

Рассмотрим сначала более простой случай, когда можно принять в (6) $\varphi = 1$. В этом случае из формулы (6) вытекает явная зависимость начального темпа добычи k_0 от параметров β и M :

$$k_0 = \pm 2\sqrt{\beta \ln\left(\frac{M}{G_0} \sqrt{\frac{\beta}{\pi}}\right)}. \tag{П.4}$$

Здесь знак плюс (+) соответствует возрастающему тренду добычи в начале отсчета времени, а знак минус (-) — падающему тренду добычи.

Благодаря уравнению связи (П.4) функция (П.3) становится функцией одной переменной β . Экстремум функции $\psi(k_0(\beta), \beta)$ называется условным экстремумом, а его определение дает решение поставленной задачи, то есть оптимальное значение β , подстановка которого в (П.4) дает оптимальное значение начального темпа добычи k_0 . После чего вычисляются по формулам (П.2) важнейшие параметры динамической модели G_M и T_M .

Поскольку время t_i пробегает целочисленные значения, удобнее сделать замену $t_i \equiv i$. Тогда дифференцирование ψ по β дает (для упрощения записи индекс 0 при k_0 опустим):

$$\frac{d\Psi}{d\beta} = \sum_{i=1}^n (k \cdot i - \beta \cdot i^2 - Y_i) \left(\frac{dk}{d\beta} i - i^2\right) = 0. \tag{П.5}$$

Раскрывая скобки и проводя суммирование по i , получаем трансцендентное алгебраическое уравнение для расчета оптимальной величины β :

$$\frac{d\Psi}{d\beta} = (k\Sigma_2 - \beta\Sigma_3 - Z_1) \frac{dk}{d\beta} - k\Sigma_3 + \beta\Sigma_4 + Z_2 = 0. \tag{П.6}$$

Здесь обозначено:

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{2\beta(2\ln A + \ln \beta)}; & A &= \frac{M}{\varphi(x)G_0\sqrt{\pi}}; & x &= \frac{k}{2\sqrt{\beta}}; & \Sigma_4 &= \sum_{i=1}^n t_i^4 = 1+16+81+\dots+n^4 = \\ & & & & & & &= \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30} = \Sigma_2 \frac{3n^2+3n-1}{5}; \\ \text{в первой итерации } \varphi &= 1; & A &= \frac{M}{G_0\sqrt{\pi}}; & & & Z_1 &= \sum_{i=1}^n Y_i \cdot t_i = 2Y_2 + 3Y_3 + \dots + nY_n; \\ \frac{dk}{d\beta} &= \frac{1+2\ln A + \ln \beta}{k}; & & & & & Z_2 &= \sum_{i=1}^n Y_i \cdot t_i^2 = 4Y_2 + 9Y_3 + \dots + n^2Y_n; \\ \Sigma_2 &= \sum_{i=1}^n t_i^2 = 1+4+9+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}; & & & & & M &= \sum_{i=1}^n G_i + M_{\text{ост}}. \\ \Sigma_3 &= \sum_{i=1}^n t_i^3 = 1+8+27+\dots+n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}; & & & & & & \end{aligned}$$

Если после определения β и k_0 по вышеприведенным формулам при $\varphi = 1$ величина $x = \sqrt{k_0 T_M / 2} = k_0 / 2\sqrt{\beta}$ в формуле (6) оказывается меньше 2, то есть $\varphi < 1$, то необходимо использовать итерационный процесс для нахождения k_0 и β . В каждой следующей итерации зависимость k и $dk/d\beta$ от β определяется по тем же формулам с той лишь разницей, что величина параметра

$A = \frac{M}{\varphi(x)G_0\sqrt{\pi}}$ вычисляется при значении x , определенном по предыдущим значениям k_0 и β . Обычно 3–5 итераций

дают хорошо сходящийся результат. Чем продолжительнее «временной ряд реализованных значений», то есть чем больше число лет n , тем меньше требуется итераций.